

www.pasokh.org  
 ۰۹۱۲-۳۵۷-۱۲۰۴  
 گروه آموزشی مهندسی فنی و مهندسی  
 تدریس خصوصی دروس دانشگاهی  
 کنکور ارشد - کلاس کارگاهی به کارشناسی

403

A



403A

صل تشریحی سوالات در کلاس

مدرسین فنی

۰۹۱۲-۳۵۷-۱۲۰۴

www.pasokh.org

نام خانوادگی  
 محل امضاء

عصر پنجشنبه

۹۰/۱/۲۵

دفترچه پاسخنامه یک



جمهوری اسلامی ایران  
 وزارت علوم، تحقیقات و فناوری  
 سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.  
 امام خمینی (ره)

گروه آموزشی مهندسی فنی و مهندسی  
 تدریس خصوصی دروس دانشگاهی  
 کنکور ارشد - کلاس کارگاهی به کارشناسی  
 ۰۹۱۲-۳۵۷-۱۲۰۴  
 www.pasokh.org

آزمون ورودی دوره های دکتری (نیمه متمرکز) سال ۱۳۹۰

کلیه کد رشته های گروه آزمایشی فنی و مهندسی

- ۲۳۱۲ - ۲۳۱۱ - ۲۳۱۰ - ۲۳۰۹ - ۲۳۰۶ - ۲۳۰۵ - ۲۳۰۳ - ۲۳۰۲ - ۲۳۰۱  
 ۲۳۲۳ - ۲۳۲۲ - ۲۳۲۱ - ۲۳۲۰ - ۲۳۱۹ - ۲۳۱۸ - ۲۳۱۷ - ۲۳۱۴ - ۲۳۱۳  
 (۲۳۳۰ - ۲۳۲۸ - ۲۳۲۷ - ۲۳۲۶ - ۲۳۲۴)

مدت پاسخگویی: ۹۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۳۰

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سوالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	ریاضیات عمومی ۱ و ۲ و معادلات دیفرانسیل	۳۰	۱	۳۰

\* توجه: ۱۰ سؤال اول نمره منفی دارد.

فروردین ماه - سال ۱۳۹۰

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی باشد.

قیمت ۶۰۰ تومان

۴- اگر  $a > 0$  و  $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ ، ثابت باشند، آنگاه مقدار انتگرال دوگانه  $I = \int_0^{a \sin \beta} \int_{y \cot \beta}^{\sqrt{a^2 - y^2}} \ln(x^2 + y^2) dx dy$  کدام است؟

گروه آموزشی مهندسی فضایی  
تدریس خصوصی دروس دانشگاهی  
کنکور ارشد - کنکور کاردانی به کارشناسی  
۰۹۱۲-۳۵۷۱۲۰۴  
www.pasokh.org

(B)  $\alpha^r \beta \left( \ln a + \frac{1}{2} \right)$

(A)  $\alpha \beta^r \left( \ln a - \frac{1}{2} \right)$

(D)  $\alpha \beta^r \left( \ln a + \frac{1}{2} \right)$

(C)  $\alpha^r \beta \left( \ln a - \frac{1}{2} \right)$

۵- فرض کنیم  $a \geq 0$  و  $b \geq 0$  مقادیر ثابت باشند و  $a^2 + b^2 > 0$ . بردار B (قائم دوم) در یک نقطه کلی ماریچ  $r(t) = (a \cos t)i + (a \sin t)j + btk$  کدام است؟

(B)  $B = \frac{(b \sin t)i + (b \sin t)j + a \cos t}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

(A)  $B = \frac{(b \sin t)i - (b \cos t)j + ak}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

(D)  $B = \frac{(b \sin t)i - (b \sin t)j - ak}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

(C)  $B = \frac{(b \sin t)i + (b \cos t)j - ak}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

۶- اگر  $f(\rho, \varphi, \theta) = \rho \sin \varphi \cos \theta$  که در آن  $\rho > 0$ ،  $0 \leq \varphi \leq \pi$  و  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  مختصات کروی نقطه فضایی هستند. آنگاه بردار گرادیان  $\nabla f$  در مختصات کروی به کدام صورت است؟

(B)  $(\sin \varphi \cos \theta, \cos \varphi \cos \theta, \sin \theta)$

(A)  $(\sin \varphi \cos \theta, \cos \varphi \cos \theta, -\sin \theta)$

(D)  $(\sin \varphi \cos \theta, \cos \varphi \cos \theta, -\rho \sin \theta)$

(C)  $(\cos \varphi \cos \theta, \sin \varphi \sin \theta, -\sin \theta)$

۷- اگر جواب معادله دیفرانسیل  $\frac{dy}{dx} = \frac{2x + y + 2}{4x + 2y + 1}$  را به صورت  $\Delta x = f(2x + y)$  نمایش دهیم، برای جوابی که از نقطه  $(0, 1) = (x_0, y_0)$  می‌گذرد مقدار تابع  $f(z)$  بر حسب  $z = 2x + y$  کدام است؟

(B)  $f(z) = 2z - \ln(z+1) + \ln 2 - 2$

(A)  $f(z) = 2z + \ln|z+1| + 2 - \ln 2$

(D)  $f(z) = 2z - \ln(z-1) + \ln 2 - 2$

(C)  $f(z) = z - \ln(z+1) + \ln 2 - 2$

۸- مجموع سه جمله اول جواب تحلیلی معادله دیفرانسیل  $xy'' + \Delta y' + xy = 0$  که در شرط  $y(0) = 1$  صدق کند، کدام است؟

(B)  $1 + \frac{1}{12}x^2 + \frac{1}{288}x^4$

(A)  $1 - \frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{192}x^4$

(D)  $1 - \frac{1}{12}x^2 + \frac{1}{288}x^4$

(C)  $1 - \frac{1}{12}x^2 + \frac{1}{192}x^4$

ص شری  
ع ۰۹۱۲-۳۵۷۱۲۰۴

۲۱- مساحت بزرگترین مستطیل که هر یک از اضلاع آن از یکی از رئوس مختلف یک مستطیل ثابت A و B، برابر است با C، ۲C را در پاسخنامه درج کنید.

۲۲- سه جمله اول غیر صفر سری ماکلورن تابع  $\tanh(x)$  را  $F(x)$  بنامید. مقدار  $F(x) - x + \frac{1}{3}x^3$  را در پاسخنامه درج نمایید.

**گروه آموزشی مهندسی فضلی**  
تدریس خصوصی دروس دانشگاهی  
کنکور ارشد- کنکور کاردانی به کارشناسی  
۰۹۱۲-۳۵۷۱۲۰۴  
www.pasokh.org

۲۳- مقدار حد  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \frac{(3x+1)(3x+2)}{(3x+4)(3x+5)} \right]$  را پیدا کنید.

۲۴- فرض می‌کنیم  $\alpha + 1 > 0$  و  $\alpha$  عدد ثابت حقیقی، و  $n$  عدد طبیعی. اگر واسطه بازگشتی بین  $I_{n-1}$  و  $I_n$  به صورت

$I_n = A + BI_{n-1}$  باشد و  $I_n = \int_0^1 x^\alpha (\ln x)^n dx$  آنگاه A و B را به دست آورید و مقدار  $B(\alpha + 1)$  را در پاسخنامه

بنویسید.

**گروه آموزشی مهندسی فضلی**  
تدریس خصوصی دروس دانشگاهی  
کنکور ارشد- کنکور کاردانی به کارشناسی  
۰۹۱۲-۳۵۷۱۲۰۴  
www.pasokh.org

۲۵- اگر  $F(x) = \ln x - \int_x^{\sqrt{\ln x}} e^{-t^2} dt$  و  $x > 1$ ، آنگاه  $F'(x)$  را پیدا کنید.

۲۶- اگر  $F = -y^2 i + x^2 j$ ، آنگاه کار انجام شده توسط این میدان نیرو را در امتداد خم ساده بسته و در جهت مثلثاتی C پیدا

کنید. در صورتی که C ترکیب شده باشد از نیمه بالایی دایره  $x^2 + y^2 = a^2$  (بالای محور xها) که به وسیله قطر  $-a \leq x \leq a$  روی محور x بسته می‌شود. در فرم پاسخ به جای a، A بنویسید.

۲۷- اگر C مرز مشترک  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$  و  $x + y + z = 0$ ، پیموده شده در جهت مثلثاتی باشد از دیدگاه ناظری که از یک

هشتم اول فضا منحنی را نظاره می‌کند، مقدار انتگرال  $\oint_C x dy + z dy + x dz$  را بیابید.  $\pi$  را در پاسخنامه P بنویسید.

۲۸- با حل معادله دیفرانسیل معمولی مرتبه اول  $y(0) = 1$ ،  $y = \frac{1}{x} \frac{dy}{dx} + \frac{2y}{x^2 + y^2} + \frac{y}{(x^2 + 1)^2}$  را بر حسب x به دست

آورید.  $y^2$  را در پاسخنامه بنویسید.

۲۹- مقدار رنسکین دو جواب  $y_1(x)$  و  $y_2(x)$  از معادله دیفرانسیل بسل  $x^2 y'' + xy' + (x^2 - n^2)y = 0$  را در حالت کل به دست آورید. مقدار ثابت را در جواب C بنامید.

۳۰- اگر  $y_1 = x$  یک جواب معادله دیفرانسیل زیر باشد جواب دوم مستقل خط با  $y_1$  را پیدا کنید.

$x > 0$ ،  $x^2 y'' - xy' + y = 0$  در پاسخنامه  $\frac{y_2}{y_1}$  را درج نمایید.

صلی

۰۹۱۲۳۵۷۱۲۰۴

۹- تبدیل لاپلاس تابع  $f(t) = \begin{cases} \sin 2t & , 0 \leq t < \pi \\ 0 & , t \geq \pi \end{cases}$  کدام است؟

$$\frac{2(e^{-\pi s} - 1)}{s^2} \quad (B)$$

$$\frac{1 - e^{-\pi s}}{s^2} \quad (A)$$

$$\frac{2(1 - e^{-\pi s})}{s^2} \quad (D)$$

$$\frac{e^{-\pi s} - 1}{s^2} \quad (C)$$

۱۰- جواب عمومی معادله دیفرانسیل زیر کدام است؟

$$y^{(4)} - 16y = 0$$

$$y(0) = 0$$

$$y'(0) = 0$$

$$y''(0) = -8$$

$$y'''(0) = -16$$

$$y = e^{-2x} - \cos 2x + \sin 2x \quad (B)$$

$$y = -e^{2x} + \sin 2x + \cos 2x \quad (A)$$

$$y = -e^{2x} + 2e^{2x} - \cos 2x - \sin 2x \quad (D)$$

$$y = e^{2x} - 2e^{-2x} + \cos 2x - \sin 2x \quad (C)$$

۲۱- مساحت بزرگترین مستطیل که هر یک از اضلاع آن از یکی از رئوس مختلف یک مستطیل ثابت A و B، برابر است با C، 2C را در پاسخنامه درج کنید.

۲۲- سه جمله اول غیر صفر سری ماکلورن تابع  $\tanh(x)$  را  $F(x)$  بنامید. مقدار  $F(x) - x + \frac{1}{3}x^3$  را در پاسخنامه درج نمایید.

گروه آموزشی مهندسی فضلی  
تدریس خصوصی دروس دانشگاهی  
کنکور ارشد- کنکور کاردانی به کارشناسی  
۰۹۱۲-۳۵۷۱۲۰۴  
www.pasokh.org

۲۳- مقدار حد  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \frac{(3x+1)(3x+2)}{(3x+4)(3x+5)} \right]$  را پیدا کنید.

۲۴- فرض می‌کنیم  $\alpha + 1 > 0$  و  $\alpha$  عدد ثابت حقیقی، و  $n$  عدد طبیعی. اگر واسطه بازگشتی بین  $I_{n-1}$ ،  $I_n$  به صورت

$I_n = A + BI_{n-1}$  باشد و  $I_n = \int_0^1 x^\alpha (\ln x)^n dx$  آنگاه A و B را به دست آورید و مقدار  $B(\alpha+1)$  را در پاسخنامه

بنویسید.

گروه آموزشی مهندسی فضلی  
تدریس خصوصی دروس دانشگاهی  
کنکور ارشد- کنکور کاردانی به کارشناسی  
۰۹۱۲-۳۵۷۱۲۰۴  
www.pasokh.org

۲۵- اگر  $F(x) = \ln x - \int_x^{\sqrt{\ln x}} e^{-t^2} dt$  و  $x > 1$ ، آنگاه  $F'(x)$  را پیدا کنید.

۲۶- اگر  $F = -y^2 i + x^2 j$ ، آنگاه کار انجام شده توسط این میدان نیرو را در امتداد خم ساده بسته و در جهت مثلثاتی C پیدا

کنید. در صورتی که C ترکیب شده باشد از نیمه بالایی دایره  $x^2 + y^2 = a^2$  (بالای محور xها) که به وسیله قطر  $-a \leq x \leq a$  روی محور x بسته می‌شود. در فرم پاسخ به جای A، a بنویسید.

۲۷- اگر C مرز مشترک  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$  و  $x + y + z = 0$ ، پیموده شده در جهت مثلثاتی باشد از دیدگاه ناظری که از یک

هشتم اول فضا منحنی را نظاره می‌کند، مقدار انتگرال  $\oint_C x dy + z dy + x dz$  را بیابید.  $\pi$  را در پاسخنامه P بنویسید.

۲۸- با حل معادله دیفرانسیل معمولی مرتبه اول  $y(0) = 1$ ،  $y \frac{1}{x} dx + \frac{2y}{x^2 + y^2} + \frac{y}{(x^2 + 1)^{3/2}}$  را بر حسب x به دست

آورید.  $y^2$  را در پاسخنامه بنویسید.

۲۹- مقدار رنسکین دو جواب  $y_1(x)$  و  $y_2(x)$  از معادله دیفرانسیل بسل  $x^2 y'' + xy' + (x^2 - n^2)y = 0$  را در حالت کل به

دست آورید. مقدار ثابت را در جواب C بنامید.

۳۰- اگر  $y_1 = x$  یک جواب معادله دیفرانسیل زیر باشد، جواب دوم مستقل خط با  $y_1$  را پیدا کنید.

$x > 0$ ،  $x^2 y'' - xy' + y = 0$  در پاسخنامه  $\frac{y_2}{y_1}$  را درج نمایید.

ط. شری  
۰۹۱۲۳۵۷۱۲۰۴

\* در صورت لزوم می‌توانید از داده‌های زیر جهت پاسخ به سؤالات استفاده کنید.

$\sqrt{2} = 1.41$	$\sqrt{3} = 1.73$	$\sqrt{5} = 2.24$	$\sqrt{7} = 2.62$	$\sqrt{11} = 3.32$	$\sqrt{13} = 3.61$
$\ln 2 = 0.69$	$\ln 3 = 1.10$	$\ln 5 = 1.61$	$\ln 7 = 1.95$	$\ln 11 = 2.40$	$\ln 13 = 2.57$
$\pi = 3.14$	$\pi^2 = 10$	$e = 2.72$	$\sin 30^\circ = 0.5$	$\tan 30^\circ = 0.577$	$\sin 25^\circ = 0.423$

۱- اگر تابع حقیقی  $f$  بر محور  $x$ ها به صورت  $f(x) = \begin{cases} 1 - |x| & , x^2 \leq 1 \\ 0 & , x^2 > 1 \end{cases}$  تعریف شود، آنگاه در ناحیه‌ای از صفحه  $tx$  که هر

دو  $f(x-at)$  و  $f(x+at)$  غیر صفر باشند ( $a > 0$  ثابت). مقادیر متمایز  $\frac{1}{2}[f(x-at) + f(x+at)]$  کدام است؟

(B)  $1-at, 1+at, x-1, 2+x$

(A)  $1+2x, at-1, x-1, 2+at$

(D)  $2+x, 1+at, 1-x, 2-at$

(C)  $1-x, 1+at, 1+x, 1-at$

۲- تابع  $f$  روی بازه  $I$  تعریف شده و  $f(a+b) = \frac{f(a)+f(b)}{1-f(a)f(b)}$  به ازای هر  $a, b \in I$ . اگر  $f'(0) = 1$ ، آنگاه مقدار  $f'(x)$  کدام

است؟

(B)  $1+[f(x)]^2$

(A)  $1+f(x)$

(D)  $1-[f(x)]^2$

(C)  $x+[f(x)]^2$

۳- به ازای  $x \geq 0$ ، تعریف می‌کنیم  $f(x) = \int_0^x e^{-x+t} \sqrt{1+t^2} dt$ . مقادیر  $g'(0)$  و  $g''(0)$  را که در آن  $g = f^{-1}$  (تابع

معکوس  $f$  است) برابر کدام است؟

(B)  $g''(0) = 2, g'(0) = 1$

(A)  $g''(0) = 1, g'(0) = 2$

(D)  $g''(0) = 1, g'(0) = 1$

(C)  $g''(0) = 2, g'(0) = 2$