

◆ قسمت دوم سئوالات تشریحی ◆

مساله اول:
معادله دیفرانسیل

$$(P(x)dx + Q(x)dy)e^{\int f(x)dx} = 0 \quad (I)$$

که در آن P ، Q ، f توابع غیر مشخصی از x هستند مفروض است

الف) چه رابطه‌ی بین P ، Q ، f و مشتقات آنها باید برقرار باشد تا معادله (I) کامل گردد.
ب) با استفاده از قسمت الف عامل انتگرال‌ساز جواب عمومی معادله دیفرانسیل

$$(x^3 + xy^4)dx + 2y^3dy = 0$$

را به دست آورید.

مساله دوم:
اگر

$$f(\lambda) = \int_0^{\infty} \frac{e^{-z} e^{-\frac{\lambda}{z}}}{\sqrt{z}} dz$$

نشان دهید که f(λ) در معادله دیفرانسیل

$$f' + \frac{f}{\sqrt{\lambda}} = 0$$

صدق میکند. این معادله را با فرض

$$f(0) = \int_0^{\infty} \frac{e^{-z}}{\sqrt{z}} dz = \sqrt{\pi}$$

حل کنید.

مساله سوم:
معادلات دیفرانسیل زیر را حل کنید:

a) $y' = \frac{y}{x} + x^3 y^2 - x^5$

b) $y - x \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dx} y^2 e^y$

c) $y = x \frac{dy}{dx} - e^{\frac{dy}{dx}}$

مساله چهارم:

ابتدا نشان دهید که $y = \frac{c}{(x+1)^2}$ يك جواب معادله $y'(1+x)^3 + 2y(1+x)^2 = 0$ است (بدون

جایگذاری). سپس جواب عمومی $y'(1+x)^3 + 2y(1+x)^2 = 1$ را به دست آورید.