

۸- نگاشت $f(z) = \sin z$ خطوط موازی محور x ها و خطوط موازی محور y ها را به ترتیب به کدام یک تبدیل می‌کند؟

- (۱) مستطیلهای گذرنده از مبدا
- (۲) دایره
- (۳) خطوط موازی محور y ها و خطوط موازی محور x ها
- (۴) بیضی و هذلولی



۹- تابع $f(z) = \sin \frac{1}{z} - \cos \frac{1}{z}$:

- (۱) در $z = 0$ تکین اساسی دارد.
- (۲) در $z = 0$ قطب دارد.
- (۳) در $z = 0$ تکین برداشتنی دارد.
- (۴) در همسایگی سفته (محدوف) $z = 0$ کراندار است.

۱۰- مقدار انتگرال $\int_{|z|=2} \frac{dz}{z^2 \sin z}$ در جهت مثلثاتی برابر است با:

- (۱) 0
- (۲) $\frac{1}{6}$
- (۳) $\frac{\pi i}{3}$
- (۴) $2\pi i$

۱۱- انتگرال $\int_{|z|=1} \frac{|dz|}{|z-a|^2}$ ، که در آن $a \in \mathbb{C}$ و $|a| < 1$ ، برابر است با:

- (۱) 0
- (۲) $\frac{2\pi}{1-|a|^2}$
- (۳) 1
- (۴) $2\pi|a|$

۱۲- مقدار انتگرال مختلط $\int_{|z|=1} e^{z+\frac{1}{z}} dz$ در جهت مثلثاتی برابر است با:

- (۱) $2\pi i$
- (۲) $2\pi i$
- (۳) $2\pi i \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$
- (۴) $2\pi i \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!(n+1)!}$

۱۳- حاصل انتگرال $\int_0^{2\pi} \cos(\cos \theta + i \sin \theta) d\theta$ کدام است؟

- (۱) -2π
- (۲) -1
- (۳) 2π
- (۴) 1

۱۴- سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{1+z}}$ ، که در آن z یک عدد مختلط است،

- (۱) بازاء هر عدد موهومی محض z همگرا است.
- (۲) بازاء هر عدد موهومی محض z واگرا است.
- (۳) بازاء هر عدد حقیقی z همگرا است.
- (۴) بازاء هر عدد حقیقی z واگرا است.

۱۵- شعاع همگرایی سری $\sum_{n=2}^{\infty} n^{n-2} \left(\frac{z}{3}\right)^{n!}$ برابر است با:

- (۱) ۳ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) ۰ (۴) ∞

۱۶- بسط لوران $f(z) = \frac{e^{2z}}{(z-1)^3}$ در $z=1$ کدام یک از عبارات زیر است؟

$$\frac{e^2}{(z-1)^3} + \frac{2e^2}{(z-1)^2} + \frac{2e^2}{z-1} + \frac{4e^2}{3} + \frac{2e^2}{3}(z-1) + \dots \quad (1)$$

$$e^2 \left\{ \frac{1}{(z-1)^3} + \frac{1}{(z-1)^2} + \frac{1}{z-1} + \frac{2e^2}{3} + \frac{4}{3}(z-1) + \dots \right\} \quad (2)$$

$$\frac{e^2}{(z-1)^3} + \frac{2e^2}{(z-1)^2} + \frac{2e^2}{z-1} + \frac{2e^2}{3} + 4e^2(z-1) + \dots \quad (3)$$

$$e^2 \left\{ \frac{1}{(z-1)^3} + \frac{2}{(z-1)^2} + \frac{3}{z-1} + \frac{4}{3}(z-1) + \dots \right\} \quad (4)$$

۱۷- ماکسیمم مقدار $|z^2 + 2z - 2|$ روی قرص $|z| \leq 1$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\sqrt{11}$ (۳) $\sqrt{13}$ (۴) $\frac{3}{2}\sqrt{5}$

۱۸- تعداد ریشه‌های $z^5 + z^4 - 6z^2 + z + 1 = 0$ با احتساب مرتبه چندگانگی آنها در ناحیه $2 < |z| \leq 1$ برابر است با:

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۹- فرض کنید $f(z) = e^{\frac{1}{z}}$ و $w \neq 0$ یک عدد مختلط و V همسایگی صفر باشد. در این صورت معادله $f(z) = w$ به ازای هر w :

- (۱) و هر V فقط یک جواب در V دارد.
 (۲) و هر V تعداد نامتناهی در V جواب دارد.
 (۳) و هر V هیچ جوابی در V ندارد.
 (۴) یک V یافت می‌شود که در V فقط یک جواب دارد.

۲۰- اگر f یک تابع تام (entire) و یک به یک باشد آنگاه f' :

- (۱) ثابت است.
 (۲) یک به یک است.
 (۳) پوشا است.
 (۴) یک چند جمله‌ای غیر ثابت است.

گروه آموزشی مهندسی فضلی
 تدریس خصوصی دروس دانشگاهی
 کنکور ارشد- کنکور کاردانی به کارشناسی
 ۰۹۱۲-۳۵۷۱۲۰۴
 www.pasokh.org

۲۱- فرض کنید G گروهی آبلی است. کدام یک از مجموعه‌های زیر یک زیرگروه G نیست؟

- (۱) تمام عناصر از مرتبه‌ی ۲
 (۲) مجموعه‌ی تمام عناصر از مرتبه‌ی متناهی
 (۳) $A = \{g^5 \mid g \in G\}$
 (۴) $B = \{g \in G \mid g^5 = 1\}$

۲۲- فرض کنید R یک حلقه‌ی تقسیم است. مرکز R کدام خاصیت زیر را داراست؟

- (۱) متناهی است
 (۲) مقسوم‌علیه صفر دارد.
 (۳) میدان است
 (۴) عضو وارون‌پذیر ناصفر ندارد.

۲۳- تعداد زیرگروه‌های از مرتبه‌ی ۲ گروه $Z_2 \oplus Z_2 \oplus Z_2$ برابر است با:

- (۱) ۱
 (۲) ۴
 (۳) ۶
 (۴) ۷

۲۴- تعداد زیرگروه‌های یک گروه دوری از مرتبه‌ی ۳۰ برابر است با:

- (۱) ۴
 (۲) ۶
 (۳) ۸
 (۴) ۱۵

۲۵- تعداد جایگشت‌هایی از S_7 که هیچ حرفی را ثابت نگه نمی‌دارند برابر است با:

- (۱) ۶
 (۲) ۹
 (۳) ۱۱
 (۴) ۱۲

۲۶- تعداد عناصر مرتبه‌ی ۲۴ در گروه دوری مرتبه‌ی ۱۲۰ چقدر است؟

- (۱) ۶
 (۲) ۸
 (۳) ۱۶
 (۴) ۲۴

۲۷- زیرگروه‌های متناهی گروه ضربی اعداد مختلط \mathbb{C}^* دارای کدام خاصیت زیر است؟

- (۱) دوری‌اند
 (۲) از مرتبه‌ی ۲ می‌باشند.
 (۳) تعدادشان کران دار است.
 (۴) مرتبه‌شان عددی اول است.

۲۸- گروه خودریختی‌های $Z_2 \times Z_2$ و $Z_2 \times Z_2$ به ترتیب عبارتند از:

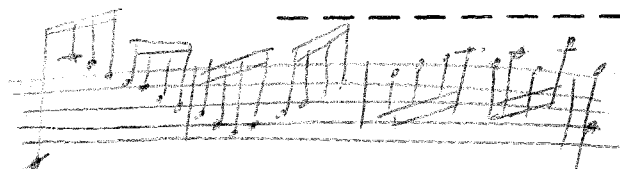
- (۱) Z_2 و Z_2
 (۲) S_2 و Z_2
 (۳) Z_2 و Z_2
 (۴) S_2 و S_2

۲۹- در حلقه‌ی $(Z_{30}, +, \cdot)$ چند مقسوم‌علیه صفر وجود دارد؟

- (۱) ۶
 (۲) ۱۰
 (۳) ۱۵
 (۴) ۲۲

۳۰- چند همریختی یک به یک از Z_6 به $Z_2 \times S_2$ وجود دارد؟

- (۱) ۰
 (۲) ۱
 (۳) ۲
 (۴) ۳



۳۱ - کدامیک از عبارات زیر درست است؟

(۱) اگر $m\mathbb{Z}$ و $n\mathbb{Z}$ ایده آل‌های \mathbb{Z} باشند به قسمی که m و n نسبت به هم اولند، آن‌گاه $m\mathbb{Z} \oplus n\mathbb{Z} \cong \mathbb{Z}$

(۲) تمام ایده آل‌های اول $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ ماکسیمال هستند.

$$(۳) \frac{\mathbb{Z}}{m\mathbb{Z} \cap n\mathbb{Z}} \cong \frac{\mathbb{Z}}{m\mathbb{Z}} \times \frac{\mathbb{Z}}{n\mathbb{Z}}$$

(۴) به ازای \mathbb{Z}_n ، $n > 0$ یک حوزه ایده آل اصلی است.

۳۲ - کدامیک از گروه‌های زیر با تولید متناهی می‌باشند؟

(۱) $\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}_6$ (۲) $(\mathbb{Q}, +)$ (۳) $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, \times)$ (۴) $(\mathbb{R}, +)$

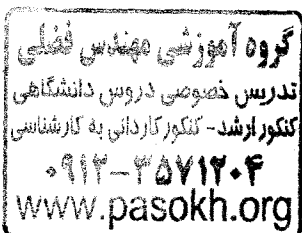
۳۳ - فرض کنیم N یک زیرگروه نرمال G باشد. کدامیک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

(۱) اگر N و $\frac{G}{N}$ با تولید متناهی باشند آن‌گاه G با تولید متناهی است.

(۲) اگر N و $\frac{G}{N}$ دوری باشند آن‌گاه G دوری است.

(۳) اگر $N \cap G' = 1$ آن‌گاه $N \subseteq Z(G)$.

(۴) اگر $G' \subseteq N$ آن‌گاه $\frac{G}{N}$ آبلی است.



۳۴ - فرض کنید گروه متناهی G دارای دقیقاً یک زیرگروه ماکسیمال باشد در این صورت گزینه‌ی صحیح کدام است؟

(۱) G آبلی است ولی ممکن است دوری نباشد. (۲) G دوری است.

(۳) $[G : Z(G)] = 2$ (۴) مرتبه‌ی G عددی اول است.

۳۵ - گروه $\langle \frac{\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_6}{(2, 1)} \rangle$ با کدامیک از گروه‌های زیر یکرخت است؟

(۱) گروه چهار کلاین (K_4) (۲) S_3 (۳) \mathbb{Z}_4 (۴) \mathbb{Z}_6

۳۶ - کدامیک از گروه‌های زیر دارای زیرگروه ماکسیمال نمی‌باشد؟

(۱) \mathbb{Z}_{1286} (۲) $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \times)$ (۳) $(\mathbb{R}, +)$ (۴) $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$

۳۷ - فرض کنید $f: A \rightarrow \mathbb{Z}$ یک همریختی نابديهی از گروه A به گروه جمعی \mathbb{Z} باشد. در این صورت گروه خارج قسمتی $\frac{A}{\ker f}$ دارای

کدام خاصیت زیر است؟

(۱) دوری متناهی است (۲) دوری نامتناهی است

(۳) آبلی متناهی است (۴) دوری با تولید نامتناهی است

۳۸ - فرض کنیم G یک گروه متناهی ساده و ناآبلی و H یک زیرگروه نابديهی G باشد. کدامیک از گزینه‌های زیر درست است؟

(۱) $[G : H] = 2$ (۲) $[G : H] = 3$ (۳) $[G : H] = 4$ (۴) $[G : H] \geq 5$

۳۹- فرض کنید H زیرگروهی سره از G باشد که شامل هر زیرگروه نرمال و سره‌ی G است. اگر $x, y \in G$ و $\varphi: G \rightarrow G$ یک همریختی باشد با کدامیک از شرایط زیر h ای در H یافت می‌شود که: $\varphi(y) = xh$.

(۱) $\varphi(x) = \varphi^2(y)$ (۲) $\varphi(x) = \varphi(y)$ (۳) $\varphi^2(x) = \varphi(y)$ (۴) $\varphi^2(x) = \varphi^2(y)$

۴۰- در کدامیک از حلقه‌های زیر مجموعه‌ی تمام مقسوم‌علیه‌های صفر با مجموعه‌ی تمام عناصر وارون‌ناپذیر مساوی نمی‌باشد.

(۱) هر میدان (۲) هر حلقه‌ی متناهی یک‌دار (۳) $M_n(\mathbb{R})$ (۴) \mathbb{Z}

$M_n(\mathbb{R}) \cong \mathbb{R}^2, \mathbb{Z}^6$

۹۱ - تعداد تصادفات در یک منطقه دارای توزیع پواسون با مقدار متوسط ۲ تصادف در هر روز می باشد. احتمال اینکه در چهار روز یک هفته هیچ تصادفی رخ ندهد کدام است؟

گروه آموزشی مهندس فضلی
 تدریس خصوصی دروس دانشگاهی
 کنکور ارشد - کنکور کاردانی به کارشناسی
 ۰۹۱۲-۳۵۷۱۲۰۴
 www.pasokh.org

$$\binom{7}{4} e^{-4}(1-e^{-1})^3 \quad (2)$$

$$\binom{7}{3} e^{-4}(1-e^{-2})^3 \quad (1)$$

$$e^{-8} \quad (4)$$

$$\binom{7}{4} e^{-8} \quad (3)$$

۹۲ - فرض کنید X و Y متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع یکسان از تابع احتمال زیر باشند

$$P(X=x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x, \quad x = 1, 2, \dots$$

اگر $P(X \geq KY) = \frac{2}{15}$ مقدار K کدام است؟

$$4 \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

$$(\log_2^2) + 1 \quad (4)$$

$$(\log_2^5) - 1 \quad (3)$$

۹۳ - فرض کنید X و Y دو متغیر تصادفی مستقل با توزیع یکسان از تابع احتمال زیر باشند

$$f_p(x) = p(1-p)^{x-1}, \quad x = 1, 2, \dots$$

توزیع $Z = X + Y$ کدام است؟

$$(2) \text{ هندسی پارامتر } 1-2p$$

$$(1) \text{ فوق هندسی}$$

$$(4) \text{ دو جمله ای منفی با پارامترهای } p \text{ و } 2$$

$$(3) \text{ هندسی با پارامتر } 2p$$

۹۴ - از پاره خطی به طول L ، نقطه ای به تصادف انتخاب می شود احتمال اینکه نسبت طول پاره خط کوچکتر به بزرگتر از $\frac{1}{3}$ کمتر باشد کدام است؟

$$\frac{1}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{5} \quad (1)$$

$$\frac{1}{4} \quad (4)$$

$$\frac{1}{3} \quad (3)$$

۹۵ - اگر $X \sim E(1)$ ، برای هر $x > 0$ ، مقدار $P([X] = n, X - [X] > x)$ کدام است؟

$$e^{-x} - e^{-1} \quad (2)$$

$$e^{-x} - 1 \quad (1)$$

$$e^{-n}(e^{-x} - 1) \quad (4)$$

$$e^{-n}(e^{-x} - e^{-1}) \quad (3)$$

۹۶ - فرض کنید X و Y متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع یکسان $N(1, 1)$ باشند. مقدار $P(XY - X - Y + 1 > 0)$ کدام است؟

$$\frac{1}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

$$\frac{2}{3} \quad (4)$$

$$\frac{1}{3} \quad (3)$$

۹۷ - فرض کنید X و Y دو متغیر تصادفی مستقل از هم باشند که در آن

$$E(X) = 1, \quad E(Y) = 2, \quad \text{Var}(X) = 2, \quad \text{Var}(Y) = 2$$

مقدار $\text{Var}(XY)$ کدام است؟

- (۱) ۱۰
(۲) ۱۷
(۳) ۲۱
(۴) ۳۶

۹۸ - فرض کنید $X \sim N(0, 1)$ و $T \sim B(1, p)$ دو متغیر تصادفی مستقل از هم باشند. اگر $V = \begin{cases} X & ; Y=1 \\ -X & ; Y=0 \end{cases}$ مقدار $\text{Cov}(X, V)$ کدام است؟

- (۱) $2p$
(۲) $2q$
(۳) $2q - 1$
(۴) $2p - 1$

۹۹ - اگر X دارای توزیع پواسون با پارامتریک باشد، مقدار $E(|X - e|)$ کدام است؟

- (۱) $6 + 4e + e^{-1}$
(۲) $6 - 4e - e^{-1}$
(۳) $e + 4e^{-1} - 6$
(۴) $6 - 4e^{-1} - e$

۱۰۰ - فرض کنید X یک متغیر تصادفی با $EX = 3$ و $EX^2 = 13$ باشد. کران پایین $P(-2 < X < 8)$ کدام است؟

- (۱) $98/27\%$
(۲) 84%
(۳) 75%
(۴) 16%

۱۰۱ - فرض کنید $X \sim N(1, 4)$ و $Y \sim N(4, 9)$ دو متغیر تصادفی مستقل از هم باشند. مقدار $E[X^2 - XY^2] + \text{Var}[E[XY]]$ کدام است؟

- (۱) -30
(۲) -25
(۳) -20
(۴) -15

۱۰۲ - یافته‌های یک نمونه تصادفی Y تایی از $N(0, \sigma^2)$ عبارت است از $x_1 = 1$ و $x_2 = 7$. برآورد درست‌نمایی ماکسیمم (MLE) پارامتر σ کدام

است؟

- (۱) ۳
(۲) ۵
(۳) ۹
(۴) ۱۸

گروه آموزشی مهندس فضلی
تدریس خصوصی دروس دانشگاهی
کنکور ارشد - کنکور کاردانی به کارشناسی
۰۹۱۲-۳۵۷۱۲۰۴
www.pasokh.org

۱۰۳ - یک نمونه تصادفی با معدل \bar{X} از چگالی زیر در نظر می‌گیریم.

$$f(x, \theta) = \begin{cases} (1+\theta)x^\theta & \theta > 0, 0 < x < 1 \\ 0 & \text{جای دیگر} \end{cases}$$

برآورد گشتاوری پارامتر θ کدام است؟

$$\frac{1-2\bar{X}}{\bar{X}-1} \quad (1)$$

$$\frac{1+2\bar{X}}{\bar{X}+1} \quad (2)$$

$$\frac{1-2\bar{X}}{\bar{X}+1} \quad (3)$$

$$\frac{1+2\bar{X}}{\bar{X}-1} \quad (4)$$

۱۰۴ - فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع گاما با تابع چگالی احتمال زیر باشد

$$f(x) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\beta)} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}}, \quad x > 0$$

برآوردگر پارامتر β به روش گشتاوری (MME) کدام است؟

$$\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n\bar{X}^2} \quad (1)$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n\bar{X}^2} \quad (2)$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n\bar{X}^2} \quad (3)$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n\bar{X}^2} \quad (4)$$

گروه آموزشی مهندسی فضلی
 تدریس خصوصی دروس دانشگاهی
 کنکور ارشد - کنکور کاردانی به کارشناسی
 ۰۹۱۲-۳۵۷۱۲۰۴
 www.pasokh.org

۱۰۵ - فرض کنید که Y_1, Y_2, Y_3, Y_4 یک نمونه تصادفی ۴ تایی از توزیع نمایی با میانگین θ باشد. برای اینکه آماره $W = \alpha \sqrt{Y_1 Y_2 Y_3 Y_4}$ برآوردگری

نااریب برای θ^2 باشد، مقدار α کدام است؟

$$\frac{4}{\pi} \quad (1)$$

$$\frac{16}{\pi^2} \quad (2)$$

$$\frac{16}{\pi} \quad (3)$$

۱۰۶ - یافته‌های یک نمونه تصادفی ۳ تایی از توزیعی، با تابع چگالی احتمال $f_\theta(x) = \frac{\theta 2^\theta}{x^{\theta+1}}; x \geq 2$ عبارت است از: ۴، ۸، ۱۶.

برآورد درست‌نمایی ماکسیم (MLE) پارامتر θ کدام است؟

$$\frac{14}{11} \quad (1)$$

$$2 \ln 2 \quad (2)$$

$$\frac{1}{2 \ln 2} \quad (3)$$

۱۰۷ - نمونه‌ای تصادفی مانند X_1 و X_2 به اندازه ۲ از جامعه‌ای با توزیع یکنواخت در بازه $(0, \theta)$ انتخاب و فرض صفر $H_0: \theta = 1$ در برابر فرض

مقابل $H_1: \theta = \frac{2}{3}$ را رد می‌کنیم هرگاه $X_1 X_2 \geq \frac{1}{9}$. احتمال خطای نوع دوم کدام است؟ (فرض کنید که $\ln 2 = 0.7$ و $\ln 3 = 1.1$)

$$0/2 \quad (1)$$

$$0/8 \quad (2)$$

$$0/4 \quad (3)$$

۱۰۸ - فرض کنید $X \sim B(5, p)$ باشد. علاقمند به آزمون $H_0: p = \frac{1}{4}$ در مقابل $H_1: p = \frac{3}{4}$ هستیم. اگر ناحیه بحرانی آزمون $X \geq 2$ باشد، مقدار (α, β) کدام است؟ (α = احتمال خطای نوع اول، β = احتمال خطای نوع دوم)

گروه آموزشی مهندس فضلی
تدریس خصوصی دروس دانشگاهی
کنکور ارشد - کنکور کاردانی به کارشناسی
۰۹۱۲-۳۵۷۱۲۰۴
www.pasokh.org

$$(1) \left(1 - 2\left(\frac{3}{4}\right)^4, \left(\frac{1}{4}\right)^3\right) \quad (2) \left(1 - 2\left(\frac{3}{4}\right)^2, \left(\frac{1}{4}\right)^5\right)$$

$$(3) \left(1 - \left(\frac{3}{4}\right)^4, \left(\frac{1}{4}\right)^3\right) \quad (4) \left(1 - 2\left(\frac{3}{4}\right)^5, \left(\frac{1}{4}\right)^2\right)$$

۱۰۹ - اگر یافته‌های یک نمونه تصادفی از توزیع $E(\theta, 1)$ با تابع چگالی احتمال $f_\theta(x) = e^{-(x-\theta)}$ ، $x \geq \theta$ به شرح زیر باشد

$$0/25, 0/5, 0/75, 1, 1/5, 2, 2/5, 3, 3/5, 4$$

اگر برای آزمون $H_0: \theta = 0$ در مقابل $H_1: \theta = 1$ ناحیه بحرانی $x_{(1)} > c$ باشد، مقدار $-p$ (value - p) آزمون کدام است؟

$$(1) e^{-10} \quad (2) e^{-7/5}$$

$$(3) e^{-5} \quad (4) e^{-2/5}$$

۱۱۰ - می‌خواهیم این فرض صفر را که X دارای توزیع دو جمله‌ای با پارامترهای ۳ و $\frac{1}{4}$ است در برابر فرض مقابل که X دارای توزیع هندسی با میانگین ۲ است، آزمون کنیم. اگر ناحیه بحرانی به صورت $x \geq c$ و مجموع احتمال‌های دو نوع خطا $\frac{7}{8}$ باشد، مقدار c کدام است؟

$$(1) 0 \quad (2) 1$$

$$(3) 2 \quad (4) 3$$

گروه آموزشی مهندس فضلی
تدریس خصوصی دروس دانشگاهی
کنکور ارشد - کنکور کاردانی به کارشناسی
۰۹۱۲-۳۵۷۱۲۰۴
www.pasokh.org

۴۸- فرض کنید $a_1, b_1 > 0$ و به ازای هر n ، $\frac{1}{b_{n+1}} = \frac{1}{4}(\frac{1}{a_n} + \frac{1}{b_n})$ ، $a_{n+1} = \frac{a_n + b_n}{2}$ در این صورت:

(۱) دنباله $\{a_n\}$ صعودی و دنباله $\{b_n\}$ نزول است و هر دو همگرا به $\sqrt{a_1 b_1}$ هستند.

(۲) دنباله $\{a_n\}$ نزولی و دنباله $\{b_n\}$ صعودی است و هر دو همگرا به $\sqrt{a_1 b_1}$ هستند.

(۳) دنباله‌های $\{a_n\}$ و $\{b_n\}$ یکنوا نیستند ولی $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \infty$

(۴) دنباله‌های $\{a_n\}$ و $\{b_n\}$ یکنوا نیستند ولی $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = a_1 b_1$

۴۹- فرض کنیم (X, d) یک فضای متریک و $N_r(0) = \{x \in X : d(x, 0) < r\}$ و $A = \{x \in X : d(x, 0) \leq r\}$. در این صورت کدام گزینه همواره

صحیح است؟

(۱) $\overline{N_r(0)} = A$ (۲) $\overline{N_r(0)} \subseteq A$ (۳) $A \subseteq \overline{N_r(0)}$ (۴) $\overline{A} \subseteq \overline{N_r(0)}$

۵۰- اگر $X = (-1, 2] \cup \{3\}$ زیر فضای متریک $(\mathbb{R}, |\cdot|)$ باشد آنگاه کدام یک از مجموعه‌های زیر در X بسته است؟

(۱) $\{-1\}$ (۲) $[-1, 0]$ (۳) $[0, 2]$ (۴) $(-1, 2)$

۵۱- کدام گزاره نادرست است؟

(۱) $\left\{ \frac{1}{x+1} + \sin x : x \in \left\{ \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N} \right\} \cup \{0\} \right\}$ فشرده است.

(۲) اگر (X, d) یک فضای متریک و $A, B \subseteq X$ که A باز است و $A \cap B = \emptyset$ آنگاه $A \cap \overline{B} = \emptyset$

(۳) اگر $A, B \subseteq \mathbb{R}^n$ و A و B همبند و $A \cap B \neq \emptyset$ آنگاه $A \cup B$ همبند است

(۴) هرگاه $A, B \subseteq \mathbb{R}^n$ و ∂A نشان دهنده مرز A باشد، آنگاه $\partial(A \cup B) = \partial A \cup \partial B$



۵۲- فرض کنید d_T و d_E به ترتیب مترهای بدیهی و اقلیدسی روی \mathbb{R} باشند در این صورت:

(۱) تابع همانی از (\mathbb{R}, d_T) به (\mathbb{R}, d_E) پیوسته است.

(۲) تابع همانی از (\mathbb{R}, d_E) به (\mathbb{R}, d_T) پیوسته است.

(۳) تابع همانی و عکس آن از (\mathbb{R}, d_T) به (\mathbb{R}, d_E) پیوسته است.

(۴) هیچ‌یک از توابع همانی و معکوس آن از (\mathbb{R}, d_T) به (\mathbb{R}, d_E) پیوسته نمی‌باشند.

۵۳- گوئیم تابع $f : (X, d_1) \rightarrow (Y, d_2)$ باز (بسته) است هرگاه به ازای هر زیر مجموعه باز (بسته) مانند A از X مجموعه $f(A)$ زیر مجموعه‌ای باز (بسته) از Y باشد کدام گزینه صحیح است؟

(۱) اگر f باز باشد آنگاه بسته است ولی عکس این مطلب همواره لزوماً درست نیست.

(۲) اگر f بسته باشد آنگاه باز است ولی عکس این مطلب همواره لزوماً برقرار نیست.

(۳) f باز است فقط و فقط وقتی که بسته باشد.

(۴) باز و بسته بودن f ربطی به هم ندارد.

۵۴- فرض کنیم (X, d) یک فضای متریک باشد. در این صورت متریک معادل d مانند d_1 روی X وجود دارد به قسمی که (X, d_1) :

(۱) تام است.

(۲) فشرده است.

(۳) کراندار است.

(۴) همبند است.

- ۵۵- فرض کنیم X مجموعه‌ای نامتناهی باشد در این صورت متری مانند d روی X وجود دارد به قسمی که (X, d) :
- (۱) همبند و کراندار است.
 - (۲) همبند و غیر کراندار است.
 - (۳) فشرده و غیر کراندار است.
 - (۴) نافشرده و کراندار است.

۵۶- کدام گزینه نادرست است؟ در یک فضای متری فشرده،

- (۱) هر دنباله کوشی دارای زیر دنباله‌ای همگراست.
- (۲) می‌توان دنباله‌ای یافت که تمام زیر دنباله‌های آن واگرا باشد.
- (۳) هر خانواده از مجموعه‌های بسته که دارای خاصیت اشتراک متناهی است دارای اشتراک غیر تهی است.
- (۴) هر مجموعه نامتناهی دارای نقطه‌ای حدی است.

۵۷- فرض کنیم $P(x)$ یک چند جمله‌ای از درجه‌ی n و $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ تابعی با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} P(x) & x \in \mathbb{Q} \\ 0 & x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$ باشد. در این صورت تعداد نقاط

پیوستگی تابع f کدام است؟

- (۱) به تعداد ریشه‌های اصم معادله $P(x) = 0$
- (۲) به تعداد ریشه‌های معادله $P(x) = 0$
- (۳) به تعداد ریشه‌های گویای معادله $P(x) = 0$
- (۴) یک نقطه یعنی f فقط در صفر پیوسته است.

۵۸- فرض کنید f تابعی مشتق‌پذیر بر $[a, \infty)$ باشد، کدام گزینه درست است؟

- (۱) اگر f' بر $[a, \infty)$ پیوسته و اکیداً نزولی باشد، آنگاه f بر $[a, \infty)$ به طور یکنواخت پیوسته است.
- (۲) اگر f' بر هر بازه به صورت $[a, b]$ کراندار باشد، آنگاه f بر $[a, \infty)$ به طور یکنواخت پیوسته است.
- (۳) اگر f' بر $[a, \infty)$ پیوسته و یکنوا باشد، آنگاه f بر $[a, \infty)$ به طور یکنواخت پیوسته است.
- (۴) اگر f' بر $[a, \infty)$ نزولی و $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = 0$ ، آنگاه f بر $[a, \infty)$ به طور یکنواخت پیوسته است.



۵۹- فرض کنید $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ در این صورت:

- (۱) f بر $(-\infty, \infty)$ پیوسته یکنواخت است.
- (۲) حد f تنها در نقطه صفر موجود نیست.
- (۳) f تنها بر زیر بازه‌های فشرده \mathbb{R} پیوسته یکنواخت است.
- (۴) f بر $[0, \infty)$ پیوسته است ولی نه به طور یکنواخت.

۶۰- کدام گزاره نادرست است؟

- (۱) تابعی وجود دارد که فقط در دو نقطه پیوسته و در همان دو نقطه هم مشتق‌پذیر است.
- (۲) تابعی وجود دارد که فقط در یک نقطه پیوسته و در همان نقطه هم مشتق‌پذیر است.
- (۳) اگر به ازای $x, y \in \mathbb{R}$ ، $|f(x) - f(y)| \leq |x - y|$ آنگاه f مشتق‌پذیر است.
- (۴) تابع غیر صفر وجود دارد که $f(0) = 0$ و همه مشتقات آن در $x = 0$ مساوی صفر است.

۶۱- اگر $f \in R(f)$ (یعنی f نسبت به خودش انتگرال پذیر ریمان - اشتیل - سی باشد) و $f(b) - f(a) = 1$ مقدار $\int_a^b f df$ کدام است؟

$$\frac{f(a) + f(b)}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{f(b) - 1}{2} \quad (۳)$$

$$\frac{1 + f(a)}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۱)$$

۶۲- فرض کنید f و g دو تابع بر $[a, b]$ باشند، در این صورت:

(۱) ممکن است که f و $f.g$ هر دو بر $[a, b]$ انتگرال پذیر باشند ولی g انتگرال ناپذیر باشد.

(۲) تنها موقعی انتگرال پذیر است که دو تابع f و g انتگرال پذیر باشند.

(۳) g تنها موقعی انتگرال پذیر است که f و $f.g$ هر دو انتگرال پذیر باشند و g بر این بازه کران دار باشد.

(۴) اگر $f(x) \geq 1$ برای هر $x \in [a, b]$ ، آنگاه $\frac{f}{g}$ برای هر تابع کران دار g انتگرال پذیر است.

۶۳- دو سری $\sum_{n=1}^{\infty} x^n(1-x)$ و $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n x^n(1-x)$ را بر $[0, 1]$ در نظر بگیرید. کدام یک از گزاره‌های زیر صحیح است؟

(۱) $\sum_{n=1}^{\infty} x^n(1-x)$ همگرایی نقطه به نقطه است ولی به طور یکنواخت همگرا نمی‌باشد اما $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n x^n(1-x)$ همگرایی یکنواخت است.

(۲) هر دو سری همگرایی یکنواخت هستند.

(۳) هر دو سری نقطه به نقطه همگرایی دارند ولی این همگرایی یکنواخت نیست.

(۴) هیچ یک از سری‌ها حتی نقطه به نقطه همگرا نیستند.

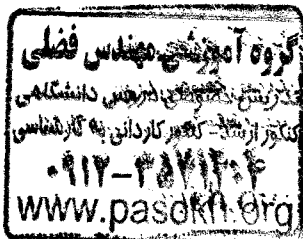
۶۴- دنباله $\{n^2 x e^{-n^2 x^2}\}$ را در بازه $[0, 1]$ در نظر بگیرید، کدام یک از گزاره‌های زیر صحیح است؟

(۱) به طور یکنواخت کران دار است ولی همگرا نیست (حتی به صورت نقطه وار)

(۲) نقطه به نقطه کران دار نیست و همپیوسته است.

(۳) نقطه به نقطه کران دار و همپیوسته است.

(۴) نقطه به نقطه کران دار است ولی همپیوسته نیست.



۶۵- فرض کنیم A مجموعه همه چند جمله‌ای‌ها بدون مقدار ثابت باشد که دارای ضرایب حقیقی هستند. کدام یک از گزاره‌های زیر صحیح است؟

(۱) A نه در $C([0, 1])$ چگال است و نه در $C([1, 2])$. (۲) A در $C([1, 2])$ چگال نیست ولی در $C([0, 1])$ چگال است.

(۳) A در $C([1, 2])$ چگال است ولی در $C([0, 1])$ چگال نیست. (۴) A در $C([0, 2])$ چگال است.

۶۶- فرض کنیم f بر $[a, b]$ با تغییر کران دار باشد و $g(x) = V(f; a, x)$ (تغییر f از a تا x). در این صورت:



(۱) اگر f بر $[a, b]$ پیوسته و نانزولی باشد، آنگاه g^{-1} موجود است.

(۲) اگر g بر $[0, g(b)]$ نانزولی و پیوسته باشد، آنگاه f نیز چنین است.

(۳) اگر g بر $[0, g(b)]$ نانزولی باشد، آنگاه g^{-1} پیوسته است.

(۴) اگر f بر هیچ زیر بازه از $[a, b]$ ثابت نباشد، آنگاه g^{-1} موجود است.

۶۷- مقدار $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{n}{k^2 + n^2}$ برابر است با:

(۴) $+\infty$

(۳) π

(۲) ۱

(۱) $\frac{\pi}{4}$

۶۸- فرض کنید f تابعی پیوسته بر $[0, 1]$ باشد و $0 \leq x \leq 1$ و $n \in \mathbb{N}$ و $\alpha_n(x) = [nx]$ (جزء صحیح) در این صورت $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \int_0^1 f d\alpha_n$ کدام است؟

(۱) $f(1) - f(0)$ (۲) $\int_0^1 f(x) dx$ (۳) $\sum_1^\infty \frac{1}{n} f\left(\frac{1}{n}\right)$ (۴) حد فوق موجود نمی‌باشد.

۶۹- فرض کنیم $\alpha > 0$ و $x \in \mathbb{R}$ و $f(x) = \sum_{n=1}^\infty \frac{x}{n^\alpha(1+nx^2)}$ در این صورت:

(۱) سری فوق در بازه $(0, \infty)$ به طور یکنواخت همگراست. (۲) اگر $\alpha > \frac{1}{2}$ آنگاه سری فوق در \mathbb{R} به طور یکنواخت همگراست. (۳) سری فوق فقط در بازه‌های کراندار به طور یکنواخت همگراست. (۴) اگر $a \geq \frac{1}{2}$ آنگاه سری فوق در \mathbb{R} به طور یکنواخت همگراست.

۷۰- اگر $f(x) = \sum_{n=0}^\infty a_n x^n$ دارای بازه همگرایی $E = (-r, r)$ باشد در این صورت f بر $[-r, r]$ پیوسته است اگر و تنها اگر:

(۱) $0 < r < 1$ (۲) $\{-r, r\} \subseteq D_f$ (۳) $D_f \subseteq E$ (۴) $R_f = \bar{E}$

۷۱- اگر $f(x) = \begin{cases} x \cos(\frac{\pi}{2x}) & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ آنگاه f بر $[0, 1]$:

(۱) پیوسته است ولی با تغییر کراندار نیست. (۲) پیوسته است و با تغییر کراندار نیز می‌باشد. (۳) نه پیوسته و نه با تغییر کراندار است. (۴) پیوسته نیست ولی با تغییر کراندار است.

۷۲- فرض کنید $f_n(x) = n \sqrt[n]{x} \sin \frac{x}{n}$ در این صورت:

(۱) $\{f_n\}$ بر هیچ بازه‌ای به طور یکنواخت همگرا نیست.

(۲) دنباله $\{f_n\}$ بر $[0, 1]$ فقط نقطه به نقطه همگراست.

(۳) دنباله $\{f_n\}$ بر $[0, 1]$ به طور یکنواخت همگراست.

(۴) همگرایی یکنواخت نیست ولی $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 f_n(x) dx = \int_0^1 \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) dx$

۷۳- فرض کنید $I = [0, 1] \times [0, 1]$ و f تابعی حقیقی بر I باشد به طوری که

$$f(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{اگر } x \text{ گویا باشد} \\ 2y & \text{اگر } x \text{ گویا نباشد} \end{cases}$$

مقدار عبارت $\int_0^1 \int_0^1 f(x, y) dx - \int_0^1 f(x, y) dx$ برابر است با:

- (۱) صفر (۲) $|1 - 2y|$ (۳) $|1 + 2y|$ (۴) $4y$

۷۴- تابع پیوسته $f: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ مفروض است. همگرایی کدام یک از دنباله‌های توابع زیر بر $[0, 1]$ یکنواخت نیست؟

- (۱) $f_n(x) = \sin(\frac{1}{n}f(x))$ (۲) $f_n(x) = e^{\frac{1}{n}f(x)}$ (۳) $f_n(x) = (nf(x))^{\frac{1}{n}}$ (۴) $f_n(x) = f(\frac{1}{n}x)$

۷۵- فرض کنید $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$. در این صورت f بر $[a, b]$:

- (۱) انتگرال پذیر ریمان است اگر برای بازه با تغییر کران دار باشد. (۲) با تغییر کران دار است اگر برای بازه انتگرال پذیر ریمان باشد.
(۳) یکنواخت است اگر برای بازه با تغییر کران دار باشد. (۴) مشتق کران دار دارد اگر برای بازه با تغییر کران دار باشد.

۷۶- فرض کنید $f_m(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} (\cos m! \pi x)^{2n}$ و $f(x) = \lim_{m \rightarrow \infty} f_m(x)$ آنگاه:

- (۱) $f \notin R[0, 1]$ (۲) f تابعی پیوسته و لذا $f \in R[0, 1]$
(۳) نقاط ناپیوستگی f متناهی و لذا $f \in R[0, 1]$ (۴) نقاط ناپیوستگی f شمارا و لذا $f \in R[0, 1]$

۷۷- فرض کنید f بر $[a, b]$ کراندار باشد و تعداد نقاط ناپیوستگی f بر $[a, b]$ متناهی باشد. فرض کنید α بر $[a, b]$ صعودی بوده و $\mathbb{R}(\alpha)$ مجموعه تمام

توابع انتگرال پذیر ریمان - اشتیلتیس نسبت به α باشد.



- (۱) $f \in \mathbb{R}(\alpha)$
(۲) $f \notin \mathbb{R}(\alpha)$
(۳) اگر α در هر نقطه ناپیوستگی f پیوسته باشد، آنگاه $f \in \mathbb{R}(\alpha)$
(۴) اگر α تنها در تعدادی متناهی از نقاط $[a, b]$ ناپیوسته باشد، آنگاه $f \in \mathbb{R}(\alpha)$

۷۸- فرض کنید $\{f_n\}$ دنباله به طور یکنواخت کراندار از توابع که بر $[a, b]$ ریمان انتگرال پذیر هستند، و قرار می‌دهیم

$$F_n(x) = \int_a^x f_n(t) dt \quad (a \leq x \leq b)$$

- (۱) هر زیر دنباله از $\{F_n\}$ بر $[a, b]$ به طور یکنواخت همگراست.
(۲) هر زیر دنباله از $\{F_n\}$ بر $[a, b]$ همگرایی نقطه‌ای است، اما دارای هیچ زیر دنباله همگرایی یکنواخت نیست.
(۳) زیر دنباله‌ای مانند $\{F_{n_k}\}$ هست که بر $[a, b]$ به طور یکنواخت همگراست.
(۴) دارای هیچ زیر دنباله همگرایی نقطه‌ای نیست.

۷۹- شعاع همگرایی سری توانی $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} n^{(n-1)!} (\frac{x+x_0}{3})^n$ برابر است با:

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) $+\infty$

۸۰- اگر f بر $[0, 1]$ تعریف، f^p و f^q بر $[0, 1]$ انتگرال پذیر بوده و $p < q$ ، آنگاه:

$$\int_0^1 |f|^p dx \leq \left(\int_0^1 |f|^q dx \right)^{\frac{p}{q}} \quad (۲)$$

$$\int_0^1 |f|^q dx \leq \left(\int_0^1 |f|^p dx \right)^{\frac{q}{p}} \quad (۱)$$

$$\int_0^1 |f|^p dx \leq \left(\int_0^1 |f|^q dx \right)^{\frac{q}{p}} \quad (۴)$$

$$\int_0^1 |f|^q dx \leq \left(\int_0^1 |f|^p dx \right)^{\frac{q}{p}} \quad (۳)$$

گروه آموزشی مهندس فضلی
تدریس خصوصی دروس دانشگاهی
کنکور ارشد - کنکور کاردانی به کارشناسی
۰۹۱۲-۳۵۷۱۲۰۴
www.pasokh.org

۸۸ - حداقل و حداکثر تعداد ریشه‌های حقیقی معادله $x^{100} - ax + b = 0$ که در آن $a^2 + b^2 \neq 0$ کدام است؟

- (۱) ۲ و ۰
 (۲) ۰ و ۱۰۰
 (۳) ۱ و ۱۰۰
 (۴) ۲ و ۱۰۰

۸۹ - چند جمله‌ای درونیاب تابع جدولی زیر از درجه چند است؟

x	-۲	-۱	۰	۱	۲	۳
y	-۱۰	-۳	-۲	-۱	۶	۲۵

- (۱) ۲
 (۲) ۳
 (۳) ۴
 (۴) ۵

گروه آموزشی مهندس فضایی
 تدریس خصوصی دروس دانشگاهی
 کنکور ارشد - کنکور کارشناسی به کارشناسی
 ۰۹۱۲-۳۵۷۱۲۰۴
 www.pasokh.org

۹۰ - تابع جدولی زیر داده شده است:

x_i	-۱	۱	۲
f_i	۱	۲	۴

تقریبی از ریشه $f(x) = 0$ به روش درونیابی معکوس کدام است؟

- (۱) ۰
 (۲) -۴
 (۳) ۲
 (۴) ۴

۹۱ - اگر $f(x) = u(x)v(x)$ مقدار $f[x_0, x_1]$ کدام است؟

- (۱) $f[x_0, x_1] = v[x_0]u[x_0, x_1] + u[x_1]v[x_0, x_1]$
 (۲) $f[x_0, x_1] = u[x_0]u[x_0, x_1] + v[x_1]v[x_0, x_1]$
 (۳) $f[x_0, x_1] = u[x_0]v[x_0, x_1] + u[x_0, x_1]v[x_1]$
 (۴) $f[x_0, x_1] = v[x_0]v[x_0, x_1] + u[x_1]u[x_0, x_1]$

۹۲ - فرض کنید $n \geq 2$ و $i = 1, \dots, n$ ، (X_i, Y_i) نقاط داده متمایز، و چند جمله‌ای‌های $P_i(X)$ و $P_r(X)$ از درجه حداکثر $n-2$ به ترتیب نقاط

X_1, \dots, X_{n-1} و X_2, \dots, X_n را درونیابی کنند. گزینه درست را برای T_1 و T_r در تعریف $P(X)$ انتخاب کنید تا $P(X)$ چند جمله‌ای درونیاب در

$$P(X) = \frac{T_1 P_i(X) - T_r P_r(X)}{X_1 - X_n} \quad \text{نقاط } X_1, \dots, X_n \text{ باشد:}$$

- (۱) $T_r = (X - X_n), T_1 = (X - X_1)$
 (۲) $T_r = (X_n - X_1), T_1 = (X_1 - X_n)$
 (۳) $T_r = (X_1 - X_n), T_1 = (X_n - X_1)$
 (۴) $T_r = (X - X_1), T_1 = (X - X_n)$

۹۳ - تقریب تابع $\cos X$ در بازه $[0, 1]$ به وسیله قطعه‌های خطی درونیاب مدنظر است. بازه $[0, 1]$ به چند قطعه مساوی تقسیم شود تا کران بالای

خطای درونیابی برای تخمین $\cos X$ در سرتاسر بازه $[0, 1]$ بیشتر از 0.00125 نباشد؟

- (۱) ۲
 (۲) ۵
 (۳) ۱۰
 (۴) ۱۰۰



گروه آموزشی مهندس فضلی
تدریس خصوصی دروس دانشگاهی
کنکور ارشد - کنکور کارشناسی به کارشناسی
۰۹۱۲-۳۵۷۱۲۰۴
www.pasokh.org

۹۴ - خط $y = \alpha x + \beta$ که به ازای آن $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} [\sin x - (\alpha x + \beta)]^2 dx$ کمترین مقدار را دارد کدام است؟

- (۱) $y = x$
(۲) $y = \pi x$
(۳) $y = \frac{12}{\pi^2} x$
(۴) $y = \frac{24}{\pi^2} x$

۹۵ - می‌دانیم که $f''_i - \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{h^2} = O(h^P)$ مقدار P کدام است؟ (فرض کنید $x_{i+1} - x_i = h$ و $f(x_i) = f_i$)

- (۱) یک
(۲) دو
(۳) سه
(۴) چهار

۹۶ - تقریبی از انتگرال $\int_a^b f(x) dx$ به قاعده‌ی دوزنقه‌ای مرکب مساوی $2/75$ و به قاعده‌ی نقطه میانی مرکب مساوی $3/2$ به دست آمده است.

کدام عدد تقریب بهتری برای این انتگرال است؟ (h برای هر دو قاعده یکسان است.)

- (۱) $2/9$
(۲) $2/95$
(۳) $2/975$
(۴) $3/05$

۹۷ - قاعده انتگرالگیری تقریبی زیر داده شده و برای چند جمله‌ای‌های با حداکثر درجه دقیق است: $\int_a^b f(x) dx \approx \alpha f(a) + \beta f(x_1)$ مقادیر α ، β و x_1 کدامند؟

- (۱) $\alpha = 1, \beta = \frac{1}{4}, x_1 = \frac{1}{4}$
(۲) $\alpha = \beta = \frac{1}{4}, x_1 = \frac{1}{4}$
(۳) $\alpha = \beta = 1, x_1 = \frac{2}{3}$
(۴) $\alpha = \frac{1}{4}, \beta = 1, x_1 = \frac{2}{3}$

۹۸ - در فرمول انتگرالگیری $\int_a^b f(x) dx \approx c_0 f(a) + c_1 f(x_1)$ مقادیر c_0 ، c_1 و x_1 چقدر باشند تا فرمول مذکور برای چند جمله‌ای‌های با حداکثر درجه دقیق باشد؟

- (۱) $x_1 = \frac{1}{4}, c_1 = 1, c_0 = 0$
(۲) $x_1 = \frac{2}{3}, c_1 = \frac{2}{3}, c_0 = \frac{1}{3}$
(۳) $x_1 = 1, c_1 = \frac{1}{4}, c_0 = \frac{1}{4}$
(۴) $x_1 = \frac{1}{4}, c_1 = \frac{1}{4}, c_0 = \frac{2}{3}$

۹۹ - فرض کنید $I = \int_a^b f(x) dx$ و $\mathbb{R}(h)$ تقریبی از I از مرتبه $O(h^2)$ باشد که در رابطه $I = \mathbb{R}(h) + \alpha_1 h^2 + \alpha_2 h^3 + \alpha_3 h^4 + \dots$ صدق می‌کند که

در آن $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$ مقادیر ثابتی مستقل از h هستند. آنگاه کدام یک از تقریب‌های زیر از مرتبه $O(h^3)$ خواهد بود؟

- (۱) $W(h) = \frac{2^2 \mathbb{R}(\frac{h}{2}) - \mathbb{R}(h)}{2^2 - 1}$
(۲) $W(h) = \frac{2^3 \mathbb{R}(\frac{h}{2}) - \mathbb{R}(h)}{2^3 - 1}$
(۳) $W(h) = \frac{3^2 \mathbb{R}(\frac{h}{3}) - \mathbb{R}(h)}{3^2 - 1}$
(۴) $W(h) = \frac{3^3 \mathbb{R}(\frac{h}{3}) - \mathbb{R}(h)}{3^3 - 1}$

۱۰۱- فرض کنید $T: \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^7$ با ضابطه زیر تعریف شده است:

$$T(a, b, c, d, e) = (a + b + c, 2a + 2b, a - 4b, 0, c - d, 2c + d)$$

در این صورت رتبه T کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵



۱۰۲- فرض کنید $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ یک ماتریس روی میدان اعداد مختلط \mathbb{C} باشد، در این صورت مقادیر ویژه A عبارتند از:

- (۱) ۰، -۱ (۲) ۱، ۰ (۳) ۱، -۱، ۰ (۴) ۲، ۱، -۱

۱۰۳- ماتریس تبدیل خطی $T(x, y) = (2x, x - y)$ از \mathbb{R}^2 به \mathbb{R}^2 نسبت به پایه $B = \{(3, 0), (0, -2)\}$ کدام

است؟

(۱) $\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}$

۱۰۴- اگر 3 یک مقدار ویژه ماتریس A باشد آنگاه یک مقدار ویژه ماتریس $A^2 - A^2 - 7I$ عبارتست از:

- (۱) -۱۱ (۲) ۱۱ (۳) ۱۸ (۴) ۲۷

۱۰۵- چند جمله‌ای مشخصه ماتریس A مساوی $x^3 - x^2 + x - 2$ است در این صورت چند جمله‌ای مشخصه

ماتریس A^{-1} برابر است با:

(۱) $\frac{1}{2}(2x^3 - x^2 + x - 1)$ (۲) $x^3 - 2x^2 + x - 2$

(۳) $\frac{1}{2}(2x^3 - x^2 + x + 1)$ (۴) $x^3 - x^2 + 2x - 1$

۱۰۶- فضای برداری چند جمله‌ایها با ضرایب حقیقی و درجه حداکثر یک را با V نمایش می‌دهیم.

$B_1 = \{2 - 3x, x - 1\}$ و $B_2 = \{1, x\}$ پایه‌های مرتبی برای V فرض می‌شوند. ماتریس تعویض پایه از

B_1 به B_2 کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$

۱۰۷- تعداد ماتریسهای 3×3 روی \mathbb{Z}_7 با شرط $A^t = -A$ برابر است با:

- (۱) ۸ (۲) ۱۶ (۳) ۳۲ (۴) ۶۴

۱۰۸- کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد تمام ماتریس‌هایی که در شرط $A^2 + A^2 + A + I = 0$ صدق می‌کنند نادرست است؟

- (۱) بر روی میدان اعداد مختلط قطری شوند. (۲) وارون‌پذیر هستند.
 (۳) بر روی میدان اعداد حقیقی مثلثی شوند. (۴) حداکثر سه مقدار ویژه متمایز دارد.

۱۰۹- فرض کنید $A \in M_V(\mathbb{R})$ ماتریسی باشد به طوری که $A^2 = 0$ در این صورت $\text{tr}(I + A + A^2 + \dots + A^7)$ کدام است؟

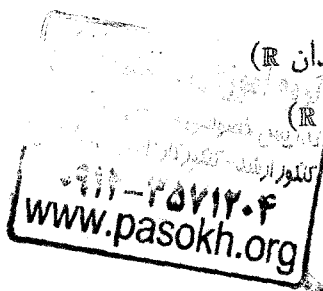
- (۱) -7 (۲) 0 (۳) 7 (۴) 42

۱۱۰- فرض کنید $A = (a_{ij})$ ماتریسی $n \times n$ روی میدان اعداد حقیقی \mathbb{R} باشد که در آن $a_{ij} = 1$ $1 \leq i, j \leq n$. اگر $V = \{B \in M_n(\mathbb{R}) \mid AB = 0\}$ یک فضای برداری باشد، آن‌گاه بعد V عبارت است از:

- (۱) $n^2 - 1$ (۲) $n^2 - n$ (۳) $\frac{1}{2}n(n-1)$ (۴) $\frac{1}{2}n(n+1)$

۱۱۱- کدامیک از مجموعه‌های زیر تشکیل یک فضای برداری می‌دهند؟

- (۱) تمام ماتریس‌هایی که در $M_n(\mathbb{R})$ هستند و پوچی آنها حداکثر یک است (روی میدان \mathbb{R})
 (۲) تمام ماتریس‌هایی که در $M_n(\mathbb{R})$ هستند و رتبه آنها حداکثر یک است (روی میدان \mathbb{R})
 (۳) تمام ماتریس‌هایی در $M_n(\mathbb{R})$ که اثر آنها عددی گویا است (روی میدان \mathbb{R})
 (۴) تمام ماتریس‌هایی در $M_n(\mathbb{R})$ که اثر آنها صفر است (روی میدان \mathbb{R})



۱۱۲- یک پایه برای فضای برداری پدید آمده توسط بردارهای سطری ماتریس $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 4 & -2 \\ 0 & 6 & 6 & -4 \\ 0 & 0 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ عبارتست از:

- (۱) $\{(0, 3, 0, -1), (0, 0, 3, -1)\}$ (۲) $\{(1, 3, 0, -1), (0, 0, 3, -1)\}$
 (۳) $\{(0, 3, -3, 1), (0, 2, 1, 1)\}$ (۴) $\{(0, 6, 12, 6), (0, 3, -1, 1)\}$

۱۱۳- فرض کنید A یک ماتریس حقیقی 5×8 است و دستگاه همگن $AX = 0$ را در نظر می‌گیریم که X یک بردار ستونی است. حداقل بُعد فضای جواب این دستگاه عبارتست از:

- (۱) 1 (۲) 3 (۳) 4 (۴) 5

۱۱۴- فرض کنید F یک میدان باشد و W زیرفضایی از $M_n(F)$ باشد به طوری که هر ماتریس در W پوچتوان باشد در این صورت حداکثر بعد W برابر است با:

- (۱) n (۲) $\binom{n}{2}$ (۳) $\binom{n+1}{2}$ (۴) $\binom{n}{2} + 1$

T یک تبدیل خطی فضای برداری V در شرط $\ker(T + T^2) - \ker T \neq \emptyset$ صدق می‌کند. در این صورت تبدیل خطی $T + I$ دارای کدام خاصیت زیر است؟

(۱) پوچتوان است. (۲) پوشا است. (۳) وارون پذیر نیست. (۴) یک به یک است.

۱- فرض کنید $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ یک تبدیل خطی باشد. در این صورت کدام گزاره نادرست است؟

$$(1) \quad \text{Im}T \cap \ker T \neq \{0\}$$

$$(2) \quad \text{عدد طبیعی } i \text{ وجود دارد به طوری که } \text{Im}T^i = \text{Im}T^{i+1}$$

$$(3) \quad \text{عدد طبیعی } i \text{ وجود دارد به طوری که } \ker T^i = \ker T^{i+1}$$

$$(4) \quad \text{برای هر عدد طبیعی } i, n \geq (\text{پوچی } T^{i+1}) + (\text{رتبه } T^i)$$

۱۱۷- فرض کنید A ماتریسی وارون پذیر با درآیه‌های صحیح باشد و تمام درآیه‌های A^{-1} نیز صحیح باشند در این صورت داریم:

$$(1) \quad \det A = -1 \quad (2) \quad \det A = 1 \quad (3) \quad |\det A| > 1 \quad (4) \quad |\det A| = 1$$

۱۱۸- فرض کنید F یک میدان باشد و $A, B \in M_n(F)$ در این صورت گزینه صحیح کدام است؟

$$(1) \quad \text{adj}(2A) = 2^n \text{adj}A \quad (2) \quad \text{adj}(A+B) = \text{adj}(A) + \text{adj}(B)$$

$$(3) \quad \text{adj}(AB) = \text{adj}A \text{adj}B \quad (4) \quad \text{adj}(AB) = \text{adj}B \text{adj}A$$

۱۱۹- فرض کنید F یک میدان باشد و $A \in M_n(F)$ و $\text{rank}A = r$ در این صورت کدام گزینه زیر صحیح است؟

$$(1) \quad \text{دو ماتریس وارون پذیر } P \text{ و } Q \text{ وجود دارند به طوری که } PAQ = \begin{bmatrix} I_r & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(2) \quad A \text{ با ماتریس } \begin{bmatrix} I_r & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ متشابه است.}$$

$$(3) \quad \text{rank}(A^2) = r$$

$$(4) \quad \text{rank}(A^2) < r$$

۱۲۰- فرض کنید F یک میدان باشد و $A \in M_n(F)$. فرض کنید r عددی طبیعی باشد که $1 \leq r < n$. اگر r تا

از درآیه‌های A را به دلخواه تغییر دهیم در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

$$(1) \quad \text{رتبه ماتریس تغییر نمی‌کند.} \quad (2) \quad \text{پوچی دقیقاً } r \text{ تا تغییر می‌کند.}$$

$$(3) \quad \text{پوچی حداکثر } r \text{ تا تغییر می‌کند.} \quad (4) \quad \text{پوچی حداقل } r \text{ تا تغییر می‌کند.}$$